



APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DEL RAZONAMIENTO INDUCTIVO EN PROFESORES DE MATEMÁTICAS PARA LA PROFESIONALIZACIÓN DOCENTE

Landy Sosa Moguel, Guadalupe Cabañas-Sánchez

landy.sosa@gmail.com

gcabanassanchez@gmail.com

Universidad Autónoma de Yucatán, Universidad Autónoma de Guerrero

.....

Resumen. En este artículo se presenta un acercamiento al estudio del razonamiento inductivo como una forma de favorecer procesos de desarrollo profesional docente en matemáticas. Para estudiar este razonamiento en relación con la conceptualización matemática en profesores de secundaria se propone un marco analítico, en el cual se consideran fases del razonamiento inductivo y elementos epistémicos de la naturaleza de los saberes matemáticos. Algunos referentes teórico-metodológicos que sustentan esta aproximación al tema de la profesionalización docente son expuestos en este escrito.

Abstract. This article presents an approach to the study of inductive reasoning as a way to promote professional teacher development processes in mathematics. In order to study this reasoning in relation to mathematical conceptualization in middle school teachers, an analytical framework is proposed, in which the inductive reasoning phases and epistemic elements of the nature of mathematical knowledge are considered. Some theoretical-methodological references that support this approach to the subject of teacher professionalization are presented in this paper.

Introducción

El tema de la profesionalización docente en matemáticas ha sido estudiado en Matemática Educativa desde diferentes perspectivas y focos de atención. Algunos se han preguntado acerca de las creencias del profesorado en relación con la práctica educativa (e.g. Pajares, 1992; Ponte, 1992). También se ha investigado la especificidad del tipo de conocimiento que debe poseer el

profesor para la docencia en matemáticas, así se habla de un *Conocimiento especializado del profesor de matemáticas* (Contreras, Montes, Climent y Carrillo, 2017), del *Mathematical Knowledge for Teaching* (Ball, Thames y Phelps, 2008) u otros se han centrado en delimitar las dimensiones del *Conocimiento Didáctico-Matemático* (Pino y Godino, 2015). Otros estudios han analizado el papel de la reflexión en y para la práctica docente (e.g. Ponte, 2014; Walshaw, 2010) y más fuertemente hoy en día, se hallan investigaciones con perspectivas socioculturales que otorgan un papel importante a los entornos colectivos y la interrelación teoría-práctica en el trabajo colegiado entre investigadores y profesores, tal como los estudios de clase (Lewis, Perry y Murata, 2006) y aquellos basados en la idea de comunidad de práctica, por citar algunos ejemplos.

Si bien se han ampliado las perspectivas de análisis y hoy se tiene una visión más compleja del estudio de la problemática y de los procesos de la profesionalización docente que se tenía décadas atrás (véase Roesken, 2011), el contexto sociocultural y el pensamiento del docente poco es considerado. En adición a esto último, las experiencias en programas de desarrollo profesional docente en el sureste de México, develan la importancia de situar la problemática en cuestiones relacionadas con procesos de reconceptualización de saberes profesionales y el desarrollo de un pensamiento didáctico profesional en matemáticas (e.g. Aparicio, Gómez y Sosa, en prensa). Entre otras cosas, esto implica constituir y movilizar formas de pensamiento profesional docente que estén más relacionados con los procesos de construcción del conocimiento matemático, tanto en situación escolar como no escolar, tal es el caso del razonamiento inductivo.

Históricamente, el razonamiento inductivo ha sido inherente a prácticas de construcción de conocimiento matemático y científico; a modo de ejemplo se sugiere ver el caso de las sucesiones lineales y cuadráticas en Cañadas (2007) y el de las ecuaciones cuadráticas en Sosa y Cabañas (2017b). Por otra parte, diversas investigaciones reportan que el razonamiento inductivo sustenta y favorece procesos del aprendizaje matemático, tales como la generalización, argumentación, construcción de pruebas y resolución de problemas (e.g. Papageorgiou, 2009; Conner, Singletary, Smith, Wagner & Francisco, 2014; Cañadas, Castro y Castro, 2008).

Según AMTE (2017), en la docencia en matemáticas, promover estos procesos de aprendizaje precisa de un entendimiento de las formas de razonamiento asociadas en conjunción con un conocimiento profundo de los conceptos matemáticos ligados. No obstante, Goizueta y Planas (2013) concluyen que se

omiten o no son explícitos los elementos epistémicos del conocimiento matemático, en articulación con lo estructural y comunicativo, en la gestión de prácticas argumentativas por el profesorado. Empíricamente, tampoco se evidencian estrategias inductivas sistemáticas ni elementos sólidos de conceptualización matemática sobre lo cuadrático en la resolución de tareas de generalización por parte de profesores de matemáticas de secundaria, en un estudio previo realizado por las autoras del trabajo aquí presentado.

En la literatura sobre profesionalización docente y razonamiento matemático, la mayoría de los trabajos se ubican en el ámbito de la formación docente de futuros profesores y se han centrado, por ejemplo, en clasificar tipos de razonamientos en una clase de profesores en formación (Soler-Álvarez y Manrique, 2014) o en analizar la conexión entre razonamiento abductivo-inductivo en la generalización de patrones (Rivera & Becker, 2007). Así, se identifica una brecha investigativa en el tema para examinar cómo incorporar la naturaleza inductiva de los razonamientos asociados a la construcción de conocimiento matemático en experiencias de desarrollo profesional docente en matemáticas. En particular, si se considera que una de las problemáticas en el sistema escolar mexicano es el hecho de que las prácticas docentes permanecen adheridas a una lógica formal de validación de la matemática en tanto ciencia axiomática-deductiva.

En ese orden de ideas y asumiendo que la ausencia o presencia del razonamiento inductivo en la docencia en matemáticas limita o promueve prácticas escolares ligadas a la construcción de conocimiento, el objeto de estudio en nuestra investigación es el desarrollo del razonamiento inductivo en profesores de matemáticas (en servicio) de educación secundaria, con especial atención en los procesos de pensamiento didáctico y conceptualización matemática. El objetivo consiste en reconocer el tipo de variables cognitivas y sociales de un conjunto de experiencias de aprendizaje docente con eje rector en el carácter inductivo del conocimiento matemático, de modo que se favorezca el desarrollo profesional. Para ello, se establecen las siguientes preguntas de investigación: ¿Qué elementos inductivos favorecen el desarrollo de experiencias de aprendizaje profesional docente? ¿Qué aspectos teóricos y prácticos caracterizan a un modelo epistemológico para el desarrollo profesional docente en matemáticas centrado en lo inductivo?

En las siguientes líneas, se presentan consideraciones teórico-metodológicas de la arista del trabajo investigativo relativa al estudio del razonamiento inductivo en relación con la conceptualización matemática. El concepto matemático a tratar en el estudio de ecuación cuadrática.

Elementos teóricos

Dos pilares fundamentales sobre los que se erige la investigación son las nociones de profesionalización docente en matemáticas y razonamiento inductivo.

Profesionalización docente en matemáticas

Las aproximaciones teóricas a la Profesionalización Docente en Matemáticas (PDM) se desarrollaron en un primer momento en el plano de lo cognitivo-individual del profesor, bajo la postura de la PDM como “cualquier actividad o proceso destinado a cambiar cualquier combinación de lo siguiente: las creencias y actitudes de los profesores, el conocimiento y la práctica de los profesores” (Clark, 1990, p.1). No obstante, más adelante, autores como Sparks y Hirsh (1997), citados en Roesken (2011) señalaban la importancia de lo sociocultural y colectivo al mencionar que “una comprensión integral del desarrollo profesional necesita tener en cuenta factores contextuales como las culturas y organizaciones en las que trabajan los profesores” (p.8).

En particular, el posicionamiento teórico en este trabajo se enmarca en una mirada sistémica de lo social, lo cognitivo y los procesos de pensamiento inherentes a la construcción y reconstrucción de significados de saberes propios de la profesión docente en matemáticas. Más específicamente, a la conjunción de procesos ligados al desarrollo de un pensamiento didáctico profesional (véase Aparicio, Gómez y Sosa, en prensa). Desde esta mirada, se concibe a la PDM como un proceso contextualizado y continuo ligado al desarrollo de experiencias de aprendizaje colectivas en donde lo matemático, en tanto forma de pensamiento, se articula con la especificidad didáctica y los aspectos socioculturales que le subyacen (Sosa, Aparicio, Jarero y Tuyub, 2014).

Razonamiento inductivo

Para Klauer, Willmes y Phye (2002), el *razonamiento inductivo* es una habilidad analítica que consiste en detectar regularidades e irregularidades, reglas y generalizaciones. Más allá que una habilidad para reconocer similitudes o diferencias entre los atributos y relaciones de objetos, autores como Castro, Cañadas y Molina (2010) refieren a la inducción como un proceso de generación de conocimiento, que parte del estudio de casos concretos de una situación, la búsqueda de regularidades hasta su generalización y validación. Este tipo de razonamiento radica en la percepción de lo general en lo particular.

Razonamiento inductivo y conceptualización matemática. Un marco analítico

Las formas de razonamiento inductivo en la resolución de un problema matemático no son ajenas al contenido matemático a tratar, por el contrario, de acuerdo con un estudio preliminar el uso de estrategias inductivas efectivas se presume asociado al nivel de conceptualización matemática. De allí el interés de estudiar la relación entre ambos.

La conceptualización matemática es un proceso de formación de un concepto, o en palabras de D'Amore (2005), de construcción de significados, lo cual precisa no solo reconocer la naturaleza dual objeto-proceso de los conceptos matemáticos (Gray y Tall, 1994), sino entenderlos como una estructura más compleja (Mason, Stephen and Watson, 2009) para usar, explicar y conectar relaciones entre objetos de manera consciente. Por tanto, para conceptualizar se requiere reconocer los elementos epistémicos de la naturaleza de los conceptos matemáticos, a saber: lo conceptual, procedimental y estructural.

La formación de un concepto involucra hacer generalizaciones, pensar inductivamente. Según Hodnik y Manfreda (2015), implica “seleccionar algunas características de las entidades particulares y descartar otras”, de modo que se pueda transitar de un elemento o situación particular al conjunto completo al que pertenecen (el concepto). Siendo así, mediante el desarrollo del razonamiento puede favorecerse la generalización conceptual y, por ende, la conceptualización.

Con base en lo anterior, para el análisis e interpretación del razonamiento inductivo en los profesores se ha configurado un marco analítico que tiene como parte estructural las fases del modelo teórico de Cañadas y Castro (2007), formulado para la descripción de dicho razonamiento en estudiantes de secundaria cuando resuelven problemas con secuencias lineales y cuadráticas. Estas fases son: *Trabajo con casos particulares, organización de casos particulares, identificación de patrones, formulación y justificación de conjeturas, generalización y demostración*. Empero, para los fines del estudio, a este modelo se han añadido algunas componentes que permitan describir el desarrollo del razonamiento en relación con la conceptualización matemática por medio del análisis de las estrategias heurísticas y representaciones que se usan en la resolución de tareas de generalización por inducción (ver Sosa y Cabañas, 2017a).



Figura 1. Esquema del modelo analítico del razonamiento inductivo y conceptualización.

Consideraciones metodológicas

La investigación se enmarca en el paradigma Investigación de Diseño (*Design Research*), en la modalidad de Experimento de enseñanza, el cual permite experimentar el aprendizaje matemático y el razonamiento de los estudiantes, o profesores en el caso que nos ocupa, en el contexto de experiencias reales de enseñanza (Steffe y Thompson, 2000). Las perspectivas de análisis en esta metodología se enfocan en la actividad individual y colectiva de las personas en los escenarios de aprendizaje, es decir, ponen atención a los procesos cognitivos en cada individuo en coordinación con el proceso social del grupo en contextos específicos (Valverde, 2014).

El experimento consistirá en un conjunto de experiencias de aprendizaje que tienen por objetivo desarrollar el razonamiento inductivo en un grupo de profesores de matemáticas de secundaria, las cuales se centran en tareas de generalización sobre ecuaciones cuadráticas que movilicen procesos inductivos en su planteamiento y resolución. Se prevé que a través del razonamiento inductivo es posible transitar de un sentido estático de la ecuación en casos particulares, como en los que ésta representa una relación de igualdad entre cantidades fijas (con incógnitas) a su generalización en un sentido más dinámico, como relación entre cantidades (variables) en situaciones de variación continua. Así como pasar de la resolución de ecuaciones cuadráticas con sustento en argumentos concretos y numéricos a su abstracción y generalización.

El diseño de las tareas se basa en los siguientes principios, y se estructurarán considerando los elementos epistémicos de la naturaleza de la ecuación cuadrática en su contenido:

1. Identificar una regularidad o un patrón en un conjunto de objetos, valores o situaciones mediante la examinación de casos concretos o particulares;
2. Formular una conjetura acerca de la regularidad o patrón observado al aplicarlo a otros casos;
3. Generalizar la conjetura y justificarla.

Tales principios son determinados a partir de establecer asociaciones entre las fases del razonamiento inductivo del modelo de Cañadas y Castro (2007) y las Actividades (A) de generalización propuestas por Ellis (2007). Para mayor información sobre los principios y estructura de las tareas se sugiere al lector consultar el trabajo de Sosa y Cabañas (2017b). A partir de los elementos referidos en este apartado y el anterior, se trabaja en una propuesta teórica-metodológica para el desarrollo del razonamiento inductivo y la conceptualización matemática, centrado en tareas de generalización inductiva sobre ecuaciones cuadráticas.

Reflexiones finales

Diversas investigaciones en el tema de la profesionalización docente han girado en torno a la dimensión disciplinar, pedagógica y curricular de conocimiento de los profesores, y algunas han resaltado la importancia de cuestionar la naturaleza de los saberes matemáticos y el papel del contexto sociocultural. No obstante, poco se ha estudiado el desarrollo de una forma didáctica de pensar en relación con los procesos de construcción de conocimiento matemático y el contexto del profesor. En ese sentido, se considera relevante ampliar la perspectiva de estudio de la problemática del desarrollo profesional docente, analizando el papel de lo inductivo como elemento epistémico central en la explicación de esta problemática.

Si bien en la literatura pueden hallarse trabajos que tipifican los razonamientos que movilizan en la resolución de tareas matemáticas por profesores en formación, falta indagar el estatus y formas de desarrollar los razonamientos matemáticos de profesores en servicio con la intención de favorecer la conceptualización matemática y prácticas docentes más efectivas. De acuerdo con Stylianides y Ball (2004), el razonamiento (y la prueba) es esencial tanto para la construcción como para la comunicación de ideas matemáticas.

Con nuestra aproximación al desarrollo del razonamiento inductivo y de la profesionalización docente en matemáticas, se espera determinar una categoría de elementos que constituyan una base epistémica con la cual sea posible

describir el papel de lo inductivo en experiencias de desarrollo profesional docente en matemáticas, que promuevan formas de pensamiento didáctico y conceptualización matemática en y para la docencia.

Referencias

- Aparicio, E., Gómez, K. y Sosa, L. (en prensa). Experiencias y colectividad para el desarrollo profesional docente en matemáticas de educación básica. *Revista de Investigación e innovación en Matemática Educativa*, 2.
- Association of Mathematics Teacher Educators (2017). *Standards for preparing teachers of mathematics*. Recuperado el 30 de marzo de 2017, de <http://amte.net/standards/>.
- Ball, D.L., Thames, M.H., y Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of teacher education*, 59(5), 389-407.
- Cañadas, M. C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas*. España: Editorial de la Universidad de Granada.
- Cañadas, M. C. & Castro, E. (2007). A proposal of categorisation for analysing inductive reasoning. *PNA*, 1(2), 67-78.
- Cañadas, M. C., Castro E. y Castro, E. (2008). Patrones, generalización y estrategias inductivas de estudiantes de 3º y 4º de Educación Secundaria Obligatoria en el problema de las baldosas. *PNA*, 2(3), 137-151.
- Castro, E., Cañadas, M. C. & Molina, M. (2010). El razonamiento inductivo como generador de conocimiento matemático. *UNO*, 54, 55-67.
- Conner, A., Singletary, L., Smith, R., Wagner, P. & Francisco, R. (2014). Identifying Kinds of Reasoning in Collective Argumentation. *Mathematical Thinking and Learning*, 16, 181-200.
- Contreras, L., Montes, M., Climent, N. y Carrillo, J. (2017). Introducción al modelo MTSK: origen e investigaciones realizadas. *FOR-MATE*, 3, 7-15.
- Ellis, A. B. (2007). Connections between generalizing and justifying: Students' reasoning with linear relationships. *Journal for Research in Mathematics Education*, 38(3), 194-229.

- Gray, E. M. & Tall, D. O. (1994). Duality, ambiguity and flexibility: A proceptual view of simple arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 25(2), 115–141.
- Goizueta, M. y Planas, N. (2013). El papel del contexto en la identificación de argumentaciones matemáticas por un grupo de profesores. *PNA*, 7(4), 155–170.
- Klauer, K., Willmes, K. & Phye, G. (2002). Inducing inductive reasoning: Does it transfer to fluid intelligence? *Contemporary Educational Psychology*, 27, 1–25.
- Hodnik, T. & Manfreda, V. (2015). Comparison of types of generalizations and problem-solving schemas used to solve a mathematical problem. *Educational Studies in Mathematics*, 89, 286–306.
- Lewis, C., Perry, R., y Murata, A. (2006). How should research contribute to instructional improvement? The case of Lesson Study. *Educational Researcher*, 35(3), 3–14.
- Martinez, M. V. & Pedemonte, B. (2014). Relationship between inductive arithmetic argumentation and deductive algebraic proof. *Educational Studies in Mathematics*, 86, 125–149.
- Núñez, M., Arévalo, A., y Ávalos, B. (2012). Profesionalización docente: ¿Es posible un camino de convergencia para expertos y novatos? *Revista Electrónica de Investigación Educativa*, 14(2), 10–24. Consultado en <http://redie.uabc.mx/vol14no2/contenido-nunezetal.html>
- Pajares, M. F. (1992). Teachers' beliefs and educational research: Cleaning up a messy construct. *Review of Educational Research*, 62(3), 307–332.
- Papageorgiou, E. (2009). Towards a teaching approach for improving mathematics inductive reasoning problem solving. In Tzekaki, M., Kaldrimidou, M. & Sakonidis, H. (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 4, pp. 313–320. Thessaloniki, Greece.
- Pino-Fan, L. y Godino, J. (2015). Perspectiva ampliada del conocimiento didáctico-matemático del profesor. *Paradigma*, Vol. XXXVI, 1, 87–109.
- Ponte, J. P. (1992). Concepções dos professores de matemática e processos de formação. In J. P. Ponte (Ed.), *Educação matemática: Temas de*

investigação (pp. 185-239). Lisboa: Instituto de Inovação Educacional.

Ponte, J. P. (2014). *Práticas Profissionais dos Professores de Matemática*. Lisboa, Portugal: Instituto de Educação de la Universidad de Lisboa.

Rivera, F. D. & Becker, J. R. (2007). Abduction–induction (generalization) processes of elementary majors on figural patterns in algebra. *Journal of Mathematical Behavior*, 26, 140–155.

Roesken, B. (2011). *Hidden dimensions in the professional development of mathematics teachers. In-service education for and with teachers*. Netherlands: Sense Publishers.

Soler-Álvarez, M. y Manrique, V. (2014). El proceso de descubrimiento en la clase de matemáticas: los razonamientos abductivo, inductivo y deductivo. *Enseñanza de las ciencias*, 32(2), 191-219.

Sosa, L., Aparicio, E., Jarero, M., Tuyub, I. (2014). Matemática Educativa y Profesionalización Docente en Matemáticas. El caso de Yucatán. En Dolores, C., García, M., Hernández, J. y Sosa, L. (Eds). *Matemática Educativa: La formación de profesores* (pp. 31 – 47), México: Díaz de Santos.

Sosa, L. y Cabañas, G. (2017a, en prensa). Analytical framework to study inductive reasoning in mathematical teachers while solving task. *Proceedings of the 39th Annual conference of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*. Indianapolis, Indiana.

Sosa, L. y Cabañas, G. (2017b). Procesos de inducción y deducción en el desarrollo profesional de la docencia matemática en secundaria. *Memorias del VII Coloquio del posgrado en Matemática Educativa*. Chilpancingo, Guerrero.

Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh & A. E. Kelly (Eds.), *Research design in mathematics and science education* (pp. 267-307). Hillsdale, NJ: Erlbaum.

Stylianides, A. J., & Ball, D. L. (2004, April). Studying the mathematical knowledge needed for teaching: The case of teachers' knowledge of

reasoning and proof. In *Annual Meeting of the American Educational Research Association*, San Diego, CA.

Valverde, G. (2014). Experimentos de enseñanza: Una alternativa metodológica para investigar en el contexto de la formación inicial de docentes. *Revista Electrónica Actualidades Investigativas en Educación*, 14(3), 1-20.

Walshaw, M. (2010). Mathematics pedagogical change: rethinking identity and reflective practice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 13(6), 487-497